Jean-Pierre Petit

Ancien directeur de recherche au Cnrs
Science1@jp-petit.com
http://www.jp-petit.com

Quelle géométrie pour l'univers ?

Je vais partir de l'idée que les gens qui assisteront à ma conférence sauront ce qu'est une matrice carrée à n lignes et n côtés (on dit de « format (n,n)) et comment on multiplie à gauche un vecteur colonne par une matrice carrée.

Flatland

Considérons simplement un plan. C'est un objet géométrique. Mais qu'est-ce que ça veut dire au juste ?
On peut *agir* sur des points de ce plan. On peut par exemple les transporter par translation. Si on dote les points de ce plan de coordonnées

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

on peut transporter les points en introduisant une translation :

$$\begin{pmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \end{pmatrix}$$

Jusqu'ici rien de bouleversant.
Imaginons qu'on veuille écrire cette action sur ces points du plan sous la forme d'une multiplication matricielle. Ca peut se faire en écrivant :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ 1 \end{pmatrix}$$

C'est la même action, mais formulée différemment. On a donc des matrices carrées, à deux paramètres, Δ x et Δ y , qui forment un groupe.
L'élément neutre est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et l'élément inverse (la translation inverse, qui permet de revenir au point de départ) est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\Delta x \\ 0 & 1 & -\Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Je peux ensuite envisager un autre type de déplacements d'un point : la rotation autour d'un point origine, d'un angle θ.
D'habitude on écrit ceci :

$$x' = x \cos\theta - y \sin\theta$$
$$y' = x \sin\theta + y \cos\theta$$

C'est encore une *action* sur les points. On peut l'écrire matriciellement, comme ceci :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\theta - y\sin\theta \\ x\sin\theta + y\cos\theta \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vous me direz : ça revient au même. Certes. On voit apparaître un deuxième groupe de matrices, à un paramètre θ . On retrouve l'élément neutre en faisant θ = 0 (rotation nulle). L'inverse est obtenu en prenant la rotation inverse - θ.

Ce qui est sympathique c'est qu'on peut alors combiner les deux opérations, rotation plus translation, dans un seul groupe de matrices, à trois paramètres (θ , Δ x , Δ y). J'écris à la fois la matrice et l'action :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\theta - y\sin\theta + \Delta x \\ x\sin\theta + y\cos\theta + \Delta y \\ 1 \end{pmatrix}$$

On ne va pas continuer plus avant dans le formalisme algébrique. C'est simplement destiné à vous montrer que derrière ces notions de groupes se cachent des techniques matricielles qui ne sont pas hors de portée.

Ce qui est intéressant c'est que dans ce groupe qui à la fois opère une rotation et une translation, on peut ne considérer

- Que les rotations
- Que les translations.

Ces « rotations pures » et « translations pures » font aussi partie du groupe donné ci-dessus. Ce groupe à trois paramètres (θ , Δ x , Δ y) est constitué par un nombre infini de matrices. Mais on peut dans cet ensemble rassembler les matrices « rotations pures » et les matrices « translations pures ». Elles forment ce qu'on appelle des sous-groupes.

Et c'est là que les choses deviennent intéressantes. Nous nous sommes données un espace et une façon de transporter des points dans cet espace. Parmi ces transports possibles on trouve des ensembles de transports que sont :

- Les rotations autour d'un point-origine
- Les translations pures

On peut alors se poser la question : quels sont les objets qui sont invariants par l'action de ces sous groupes ?
Prenons par exemple les rotations. Quels sont les objets qui ne seront pas altérés en opérant des rotations autour d'un point-origine.

Réponse une famille de cercles centrés sur cette origine.

Autre question. Considérons les translations pures, selon un vecteur translation :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$

Quels sont les objets géométriques qui seront invariants sous l'action de ce sous-groupe des translations ?

Réponse : des familles de droites parallèles.

Oublions l'espace, oublions le support sur lequel sont transportés les points. Concentrons-nous sur le groupe en imaginant qu'il constitue notre donnée initiale. Nous voyons que son examen engendre les objets géométriques cercles et droites.

On commence à pressentir un lien entre géométrie et groupes. Comme l'espace que nous avons choisi est flatland, sa géométrie est celle d'Euclide, c'est un espace euclidien. Est-ce à dire que ce groupe de matrice est le groupe qui est associé à cet espace euclidien ?

Non, il manque quelque chose, qui est très important, car ceci nous servira de support à une réflexion ultérieure, qui nous emmènera fort loin.

Il manque les symétries

Prenez une figure géométrique dessinée dans le plan. Envisageons les façons d'agir sur cette figure, considérée comme un ensemble de points, qui ne modifient pas le *longueurs.*

Mais qu'est-ce qu'un longueur ? Nous ne l'avons pas définie. A ce stade nous allons être obligé de le faire. Soient deux points :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad et \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

On posera que dans cet espace-là, la longueur qui sépare ces deux points M1 et M2 est égale à :

$$l \quad = \quad \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

C'est la longueur euclidienne, le théorème de Pythagore.

Cette idée de longueur devient alors pour nous intuitive, visuelle. Si nous cherchons quelles sont les actions sur des ensembles de points qui conservent les longueurs, nous porrons répondre :

- Les rotations autour d'un point
- Les translations

Et les symétrie (par rapport à une droite)

Ainsi que les combinaisons des trois. On peut écrire matriciellement cette extension du groupe.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda\cos\theta & -\lambda\sin\theta & \Delta x \\ \sin\theta & \cos\theta & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\theta - y\ \sin\theta + \Delta x \\ x\sin\theta + \ y\cos\theta + \Delta y \\ 1 \end{pmatrix} \quad avec \quad \lambda = \pm 1$$

On trouvera par exemple dans ce nouvel ensemble de matrices :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

qui correspond à une symétrie par rapport au plan x = 0

Quand nous considérons des figures tracées dans un plan, munies donc de la notion de distance euclidienne, cette idée de transport des figures avec conservation des longueurs nous est intuitive.

On voit qu'on peut se poser le problème inversement.

- Soit un espace à deux dimensions
- Donnons-nous la façon d'y mesurer les longueurs :

$$l \quad = \quad \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Quelles sont les actions sur des ensembles de points qui conservent les longueurs. Ce qu'on appellera le groupe d'isométrie (longueurs – les mêmes).
On tombe alors sur le groupe construit ci-dessus qui constitue *le groupe d'Euclide à deux dimensions.*

Nous n'oublierons pas que ce groupe contient trois types de transformations :

- Les rotations
- Les translations
- L'inversion « droite-gauche » des objets (énantiomorphie)

Ici cette énantiomorphie correspond à une symétrie par rapport à une droite.

Passons maintenant à un espace euclidien à trois dimensions (x , y , z) défini par la façon d'y calculer les longueurs :

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

On pourra construire son groupe d'isométrie qui sera le groupe d'Euclide 3d. Intuitivement on retrouvera :

- Les rotations autour d'un point-origine
- Les translations dans l'espace
- La symétrie droite-gauche (l'énantiomorphie)

Ici cette symétrie correspond à une symétrie par rapport à un plan.

Sans insister, on pourra faire apparaître les objets géométriques particuliers regroupes selon une famille invariante par rapport à un certain sous-groupe. Ainsi les objets invariants par rapport à l'action du sous-groupe des rotations autour d'un point constituent une famille de sphères concentriques. On voir qu'on tombe sur une façon de construire les sphères un peu différente de celle dont nous avions l'habitude.

Ces exercices préliminaires nous font comprendre la démarche :

1 – On se donne un espace à tant de dimensions
2 – On y définit la façon de calculer les longueurs (la métrique)
3 – On cherche alors le groupe d'isométrie associé
4 – Ce groupe engendre des objets particuliers.

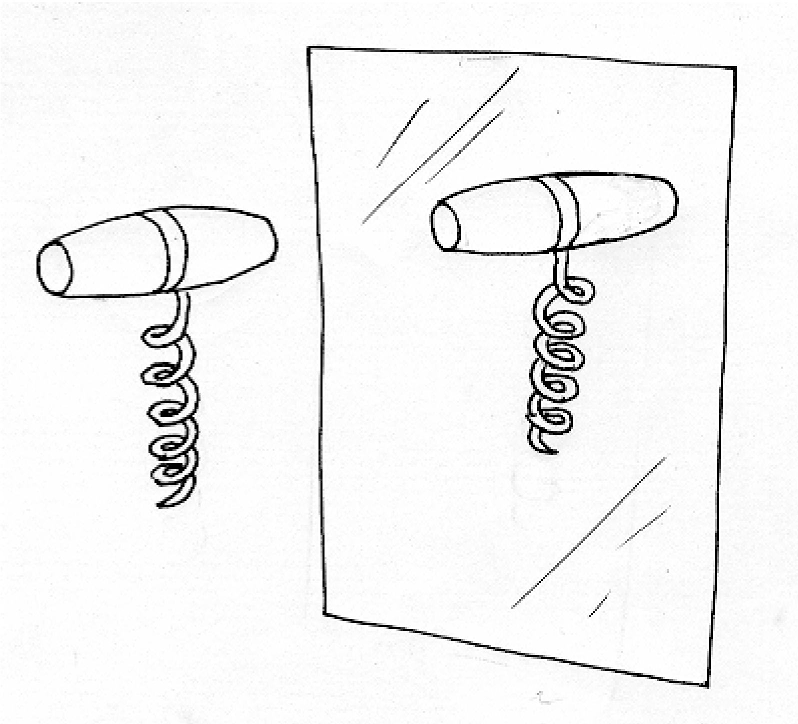
Question : considérons le sous groupe qui consiste à combiner une rotation autour de l'axe oz et une translation le long de ce même axe. Ceci correspondra, nous le donnons à titre indicatif, aux matrices :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\theta - y\sin\theta \\ x\sin\theta + y\cos\theta \\ z + k\theta \\ \end{pmatrix}$$

Ces objets invariants constituent une famille d'hélices. Nous avons construit des … tire-bouchons.

L’examen des possibilités offertes par le groupe nous montrent qu’il existe alors deux sortes de tire-bouchons.

- Des « droits »
- Des « gauches »



Seule une symétrie par rapport à un plan nous permet de passer de l’un à l’autre. Ils sont *énantiomorphes.*

Narcisse est un personnage de la mythologie grecque qui était tombé amoureux de son image dans un miroir, en l’occurrence de l’image qu’il percevait de lui-même en contemplant son reflet dans l’eau. Si vous n’avez pas d’eau dormante dans les environs, il vous reste le miroir de votre salle de bains, qui vous donne une « image virtuelle » d’un tire bouchon « ordinaire ».

La question qui se pose alors est :

- Existe-t-il des tire-bouchons énantiomophes, inversés ?

Vous me répondrez oui. S’il est impossible de transformer un tire-bouchon « droit » en un tiure-bouchon « gauche » en combinant des rotations et des translations, ces deux types d’objets peuvent cohabiter paisiblement dans un même univers 3d. Si on amenez au contact deux de ces tire-bouchons « en miroir » vous n’allez pas engendrer de catastrophe géométrique. Votre appartement ou votre maison ne vont pas disparaître comme dans une nouvelle de Lewis Carol.

Tous ces exercices sont des jeux apparemment innocents qui ne font que nous préparer à opérer les mêmes opérations dans un espace-temps 4d. Et là c’est une autre paire de manches.

Vous vous changez, changez de géométrie

Les grands bouleversements de notre connaissance scientifique passent par des modifications profondes de notre façon de percevoir la géométrie de l'univers où nous vivons.
Jusqu'au début de ce siècle on croyait que les variables d'espace et de temps étaient indépendantes. En terme de groupe nous dirions que les hommes croyaient simplement que tout le monde se promenait dans le temps, de la même façon, l'écoulement du temps se traduisant par une translation temporelle.

La Relativité Restreinte repose sur un fondement géométrique.

- Les quatre dimensions (x y , z , t) ne sont pas indépendantes
- Elles sont inextricablement imbriquées dans un objet qu'on appellera espace-temps. Un espace à quatre dimensions

Le géomètre dira alors :

Comment puis-je mesurer les longueurs dans cet espace ?

Ces longueurs séparent deux « points-évènements »

$$(x_1 , y_1 , z_1 , t_1) \text{ et } (x_2 , y_2 , z_2 , t_2)$$

La « longueur » s'y définit de façon qui peut sembler étrange :

Si on va du point évènements M1 au point évènement M2 ces deux points, dans notre espace temps, sont définis par une longueur :

$$\lambda \quad = \quad \sqrt{c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}$$

On ne va rentrer dans le détail de cette Relativité Restreinte dans le peu de temps qui nous est imparti. Si on souhaite que cette quantité λ reste réelle, il faut que ce qui est sous le radical soit positif, ce qui implique que :

$$\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{(t_2 - t_1)^2} \leq c^2$$

qu'on peut écrire :

$$v^2 \leq c^2 \quad ou \quad |v| \leq c$$

Autrement dit :

- Nous nous sommes donnés un espace à 4 dimensions (x , y , z , t) .
- Nous y avons défini une « longueur » (c'est cela qui défini la « géométrie de cet espace »)

Nous constatons que dans cet espace temps il nous est alors impossible de cheminer à une vitesse supérieure à c, à celle de la lumière. Cette « impossibilité physique » est donc *d'essence purement géométrique*.

Cet espace étrange, muni de sa métrique de Lorentz (la façon d'y définir les longueurs) est appelé espace de Minkowski. C'est celui dans lequel nous habitons. Comme en général nous y cheminons à des vitesses très inférieures à c, nous ne pouvons percevoir ces étranges effets.

Nous en resterons là.

Mais reprenons le schéma de tout à l'heure et, sans écrire les formules (qui, ceci dit, ne sont guère plus compliquées) suivons la même démarche. Nous pouvons nous poser la question :

- Quel est le groupe qui, agissant sur ces « points évènements » ne change pas ces étranges longueurs ?

On trouvera un groupe de matrices constituant *le groupe de Poincaré*.

Dans ce groupe on trouvera
- Des translation spatio-temporelles :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta y \\ \Delta t \end{pmatrix}$$

d'étranges « rotations relativistes » où le groupe des rotations spatiales 3d sera remplacé par un groupe évoquant des « rotations dans l'espace-temps », appelé groupe de Lorentz. Nous n'entrerons pas dans le détail .

Mais, en étudiant ce groupe d'isométrie de l'espace de Minkowski nous allons trouver des symétries.

Tout à l'heure, nous avons vu que nous pouvions classer les matrices du groupe d'Euclide en deux sous-ensembles :

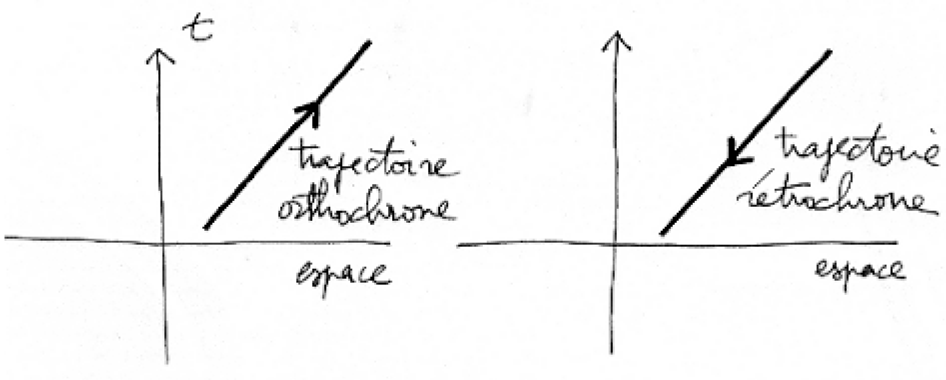
- Les matrice qui n'inversaient pas les objets « droite-gauche »
- Les matrices qui inversaient les objets droite gauche

On va décider d'appeler cette inversion un P-symétrie, P pour « parité ». Simple question de terminologie.

Dans le groupe de Poincaré on trouvera quatre espèces de matrices. Nous ferons « agir » ces matrices sur des ensembles de point-évènements formant des droites, des trajectoires. Ce sont ces droites de l'espace-temps que suivront les particules en l'absence de toute force.

Dans l'espace il n'y avait ni haut, ni bas, ni nord, ni sud, ni est, ni ouest. Les flèches que nous mettions sur les axes OX , OY , OZ étaient purement arbitraires.

Il en sera de même pour les coordonnées d'espace, dans notre espace-temps. Mais, pour le temps, il en va tout autrement. Ces droites de l'espace-temps, ces trajectoires sont orientées, dans le sens passé-futur, du moins en principe.



Quand nous traçons une droite dans un espace euclidien, il ne nous vient pas à l'idée de nous demander dans quel sens nous la parcourons puisque dans cet espace le temps n'existe pas.

Quand nous traçons une droite dans l'espace-temps une direction passé-futur semble immédiatement s'imposer. Quand on se dirige vers le futur, la variable t croît.

Le groupe de Poincaré a réservé aux physiciens théoriciens un bien étrange surprise. Il est constitué par quatre sous-ensembles de matrices.

- Le premier, agissant sur une trajectoire supposée orthochrone, n'altère ni le temps ni l'espace.
- Le second n'altère pas le temps, mais inverse l'espace.

Là, on s'arrête. Je prends une particule élémentaire qui chemine selon une trajectoire. Considérons par exemple un photon.

Faire agir sur cette trajectoire un élément, une matrice du groupe de Poincaré qui réalise une inversion « droite gauche » revient à créer l'image de la trajectoire de ce photons « dans un miroir ».

Question : un photon est-il identique à son image dans un miroir ? La réponse est non. Il possède une hélicité. L'image du photon dans le miroir est un photon d'hélicité inverse.

Ces photons se rencontrent-ils dans la nature ?

En abondance. Ce changement d'hélicité correspond au phénomène de *polarisation. Il existe dont des photons « droits » et des photons « gauche » qui cohabitent sans problème.*

Là encore, on refermera prudemment le couvercle de cette « boite de Pandore » dont l'exploration nous mènerait trop loin.

Mais il existe dans le groupe de Poincaré deux autres types de matrices qui changent les choses quand on les fait agir sur des trajectoires orthochrones, orientées dans un sens passé-futur.

- Le troisième ensemble de matrice inverse le temps ! L'image de cette trajectoire dans l'espace temps est toujours là même, mais le sens de parcours est inversé.

On peut par exemple agir sur la trajectoire d'un photon. On prend un photon ayant par exemple une « hélicité droite », cheminant vers le futur, selon une trajectoire orthochrone. L'action d'un éléments de ce troisième paquet de matrices appartenant au groupe de Poincaré ne modifie ni sa trajectoire, ni son « hélicité ». Mais ce photon chemine alors « à rebrousse-temps ». On appelle cette inversion du temps une T-symétrie.

Enfin il existe un quatrième paquet de matrices qui inverse à la fois l'hélicité et le sens de parcours de la trajectoire, c'est-à-dire qui met en jeu à la fois une P-symétrie et une T-symétrie.

Pour un photon, ça serait un photon « d'hélicité inverse, cheminant à rebrousse-temps ».

Ce qui vaut pour le photon vaut pour toutes les particules possibles. Si la physique est gérée par le groupe de Poincaré, alors cette physique autorise les mouvements « à rebrousse-temps ».

Reprenons le fil de notre raisonnement.

Revenons à l'espace euclidien 3d.

- Nous avons défini sa métrique
- Nous avons construit son groupe d'isométrie, le groupe d'Euclide.

Celui-ci, fait imprévue, révèle qu'il est constitué par deux ensembles de matrice, dont l'un réalise une P-symétrie, une symétrie en miroir. Si un objet appartient à cet univers euclidien, l'objet énantiomophe est également « concevable ». Effectivement, partant d'un tire-bouchon trouvé dans le tiroir de votre cuisine et faisant agir dessus une matrice emprunté au second ensemble du groupe d'Euclide vous avez pu fabriquer un tire-bouchon « énantiomporhe », P-symétrique, sans provoquer de contradiction insoutenable dans cet univers euclidien ou le tire bouchon droit et le tire bouchon gauche semblent cohabiter paisiblement.

- Nous sommes ensuite passés à un espace temps et avons défini sa métrique (la façon d'un construire les longueurs).
- Dans la suite logique nous avons construit le groupe d'isométrie de cet espace de Minkowski, démarche de pure géométrie.
- Nous nous sommes alors dit que ce groupe pourrait agir sur les êtres géométriques de ce nouvel espace, de cet espace-temps, qui sont des ensembles de points évènements constituant des trajectoires, des « mouvements ».

- Nous avons retrouvé alors une P-symétrie et constaté que celle-ci existait dans la nature.

Par contre l'existence de deux espèces de matrices inversant le temps a été une surprise fort désagréable.

De même que nous nous étions posé la question : les objets P-symétriques existent-ils ? Nous devons nous poser une nouvelle question :

- Des objets T-symétriques, cheminant à rebrousse-temps, existent-ils dans notre univers ?

Jusqu'à une date récente les physiciens théoriciens évitaient purement et simplement d'aborder cette question, le concept de trajectoire « rétrochrone » semblant être un « un défi au bon sens », stricto sensu.

La physique théorique avait donc doté le sanctuaire où étaient entreposés les matrices du groupe de Poincaré, « groupe dynamique de la physique du point matériel relativiste » de chérubins interdisant l'emploi des éléments appartenant aux deux sous-ensembles que Souriau appelle « antichrones ».

Nous reviendrons sur cette question un peu plus loin. Laissons là de côté pour le moment, ce qui revient à imaginer un monde idéal où les mouvements rétrochrones seraient interdits.

Le théorème de Noether

Entre temps une femme produit un théorème essentiel. Elle s'appelle Emmy Noether. Elle montre que si des « objets géométriques » restent invariants sous l'action d'un sous-groupe, c'est qu'une grandeur (scalaire ou vectorielle) est conservée.
Appliquons cela au sous-groupe des rotations autour d'un point. Ce qui se conserve c'est un scalaire : le rayon des sphères de la famille *que cette invariance engendre*.
Quand on considère des droites parallèles qui restent invariantes par translation, ce qui se conserve c'est la direction vers laquelle ces droites pointent.

Quand on passe à l'espace–temps le théorème s'applique toujours. Notre monde physique est « invariant par translation temporelle ». Qu'est-ce que soit « ce qui se passe à l'instant t », l'ensemble de ces phénomènes pourrait tout aussi bien être « considéré à l'identique » Δt secondes plus tard. Personne n'y verrait que du feu.

Il y a donc invariance par translation temporelle

Une quantité va alors être conservée et cette quantité sera l'énergie E.

Effectivement, si on fait une manip où on connaisse les énergies de toutes les particules composantes, si on transporte tout cela une heure plus tard ces énergies seront inchangées.

On peut aussi transporte un phénomène « ailleurs », opérer une translation spatiale et « rien ne sera modifié ».

Il y a alors invariance par translation spatiale

La quantité conservée correspondante s'appelle alors *l'impulsion.*

Un phénomène sera aussi invariant si on l'observe sous des angles différents. Cette nouvelle invariance donne naissance à un objet quelque peu déconcertant : le spin, qui émerge comme une grandeur purement géométrique, comme l'a montré Souriau.

Enfin, vous devez vous rappeler que quand on considérait ce groupe d'isométrie de l'espace de Minkowski qu'est le groupe de Poincaré celui-ci recélait dans ses flancs, outre un vecteur translation spatio-temporelle :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta y \\ \Delta t \end{pmatrix}$$

Une étrange matrice 4 lignes, quatre colonnes, extension 4d de la matrice de rotation (3,3) de l'espace euclidien.
Dans l'espace euclidien on pouvait faire abstraction de la translation et ne conserver que cette rotation autour d'un point, et on trouvait alors qu'une certaine longueur était invariante, en l'occurrence le rayon de la sphère inchangée par ce genre de rotation.

La matrice (4,4) du « groupe de Lorentz » joue le rôle de cette matrice de rotation, mais en 4d. Si on annule les translations spatio-temporelles et qu'on ne garde que ce sous groupe construit autour du groupe de Lorentz, on trouve une nouvelle invariance, liée à la conservation d'une grandeur scalaire « invariante sous l'action du groupe de Lorentz » *et cette grandeur est le temps propre*. Mais ceci est un peu difficile à comprendre.

Ce qu'il faut retenir *c'est que les grandeurs physiques émergent, à travers cette approche-groupes comme des objets purement géométriques*. Un des principaux contributeurs de cette physique mathématique est le mathématicien Jean-Marie Souriau, dont les travaux sont consignés dans un ouvrage paru en 1972 aux Editions Dunod : « Structure des Systèmes Dynamiques », que nous sommes en train de scanner pour le rendre de nouveau accessible aux étudiants.

L'espace temps de Kaluza

Nous sommes en 1921. Kaluza a l'idée de considérer que les particules évoluent non dans un espace à quatre dimensions, mais cinq. Les trajectoires des particules, des points-matériels relativistes s'inscrivent désormais dans un espace 5d, muni d'une métrique, d'une façon d'y calculer les longueurs et on recherchera encore son groupe d'isométrie et ses différentes symétries.

Appelons ζ cette nouvelle dimension, dite « de Kaluza ».

On aura une invariance par translation le long de cette cinquième dimension. Donc, conformément à la vision d'Emmy Noether une grandeur supplémentaire doit être conservée.

C'est la charge électrique

<u>Dire qu'une particule est électriquement chargée revient à considérer qu'elle évolue dans un espace à cinq dimensions.</u>

Mais ça n'est pas tout. L'étude du groupe fait apparaître une nouvelle symétrie.

- On pouvait inverser l'espace (P-symétrie)
- On pouvait inverser le temps (T-symétrie, que nous laissons pour le moment de côté)
- On peut inverser la cinquième dimension ζ et on décide de nomme cela un C-symétrie

Si des quantités sont conservées quand le mouvement est invariant sou l'action de telle ou telle translation, ou rotation, ces grandeurs de trouvent altérées lorsqu'on opère des *inversions.*

Là, il devient impossible d'évoquer les techniques qui permettent de parvenir à de tels résultats, obtenus par Souriau en 1972 (action coadjointe d'un groupe sur son espace des moments). Disons que ceci constitue *une géométrisation de la physique*.

On a vu qu'inverser l'espace revenait, pour un photon, à inverser son hélicité

Inverser le temps équivaut à inverser l'énergie. Résultat essentiel : une particule « rétrochrone » est en fait une particule qui possède une énergie négative.

Inverser la cinquième dimension inverse la charge électrique (et au-delà toutes les charges quantiques). Autrement dit une particule qui chemine à « rebrousse-ζ », dont le « mouvement » a subi une C-symétrie est une … antiparticule. Fantastique interprétation géométrique de cette dualité matière antimatière.

Autre aspect également fascinant, introduit par Souriau : la nature quantique de notre physique découle du fait que cette cinquième dimension est fermée sur elle-même. Tout simplement.

Que trouve-t-on dans notre univers ?

C'est la question à cent euros.

- La P-symétrie engendre des mouvements qui correspondent à des objets « courants » (exemple la lumière polarisée).
- La C-symétrie « engendre l'antimatière » et l'expérience montre que celle-ci peut bel et bien exister dans notre univers. Mais ceci n'explique pas sa rareté « à l'état naturel ». Cette absence « d'antimatière primordiale » est incompréhensible.
- La T-symétrie pose un problème sérieux. Si des objets correspondant à des mouvements « T-symétriques » se baladaient dans notre univers cela signifierait que celui-ci contiendrait des particules à … énergie négative.

Les particules d'antimatière, C-symétriques des particules de matière ont des énergies et des masses résolument positives. Quand il y a annihilation, ceci donne des photons. Mais l'énergie ne disparaît pas. Par contre si des particules d'énergies opposées se rencontraient cela donnerait une réelle et complète annihilation. C'est l'existence même de l'univers qui serait remise en cause.

La solution du gémellaire

C'est ce qui m'a amené à construire des 1977 un modèle d'univers à deux feuillets, ce que Sakharov avait ébauché en 1967. On lui doit l'idée première de deux univers jumeaux , T-symétriques, qu'il concevait comme « reliés par la singularité du Big Bang ». Mais ils ne les imaginait pas en interaction. Il n'avait pas non plus fait le lien entre temps inversé et énergie inversée.

J'ai travaillé sur un modèle avec une géométrie dédoublée, où l'univers a « deux feuillets ». L'image didactique la plus simple est celle d'une surface où des objets évoluent, les uns sur le recto, les autres sur le verso. J'ai présenté cela dans un ouvrage paru en 1997 aux éditions Albin Michel, intitulé « On a perdu la moitié de l'univers ». On pourra trouver aussi une présentation de cela dans « Le Versant obscur de l'univers », téléchargeable à partir de mon site internet http://www.jp-petit.com. Voir « Livres téléchargeables ».

Là on sort des limites que je m'étais fixées pour mon exposé, consacré à la géométrie de l'univers..